

**RANGO (con determinantes)**

1) Halla el rango de las matrices siguientes:

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

e)  $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

f)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 13 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 10 & 0 \end{pmatrix}$

g)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -3 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & -2 & 6 & 3 \\ 4 & -5 & -1 & -5 & 3 & -6 \\ 1 & -2 & -2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

## SOLUCIONES

1) a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 2 = 5 \neq 0 \rightarrow \text{ran}(A) = 2$

b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 6 + 6 + 2 = 4 \neq 0 \rightarrow \text{ran}(A) = 3$

c)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}; f_3 = 2 \cdot f_2$ , por lo tanto la tercera fila no sirve para el

rango;  $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0$ ; buscamos un menor de orden 3 distinto de 0, que contenga al de orden 2 anterior y que no tenga la fila

tercera.  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 9 - 16 - 12 + 18 - 2 = -1 \neq 0 \rightarrow \text{ran}(A) = 3$

d)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$ , buscamos un menor de orden tres que contenga a éste de orden dos.

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 3 + 32 - 8 - 12 - 4 \neq 0$  buscamos un menor de orden cuatro que contenga a éste de orden tres.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = f_1 + 2f_2 \begin{vmatrix} 3 & -2 & -7 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} f_3 + 3f_2 \begin{vmatrix} 3 & -2 & -7 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -2 \\ 7 & -3 & 14 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-1)^6 \begin{vmatrix} 3 & -2 & -7 \\ 7 & -3 & 14 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= f_1 + f_3 \begin{vmatrix} 6 & 0 & -8 \\ 7 & -3 & 14 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2(36 - 112 - 72 - 168) \neq 0 \rightarrow \text{ran}(A) = 4$$

e)  $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}; \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -6 + 9 \neq 0$  buscamos un menor de orden 3 distinto de 0, que contenga al de orden 2 anterior.

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -18 + 12 - 12 + 8 - 12 + 27 = 3 \neq 0 \rightarrow \text{ran}(\mathbf{A}) = 3$$

f)  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 13 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 10 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} f_5 = f_4 - f_1 - f_2 \\ f_4 = 2 \cdot f_1 + f_2 \end{matrix}$  las filas quinta y cuarta no sirven para el rango.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0; \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{Por lo tanto } \text{ran}(\mathbf{A}) = 3.$$

g)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -3 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & -2 & 6 & 3 \\ 4 & -5 & -1 & -5 & 3 & -6 \\ 1 & -2 & -2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow f_3 = 3f_1 - 2f_2$  la fila tercera no influye en el rango.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0, \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} \neq 0, \text{ por lo tanto el } \text{ran}(\mathbf{A}) = 3$$